I. Equations aux dimensions : condensateur plan

I-1. $i(t)=\dfrac{dq(t)}{dt} \Rightarrow [q]=IT$ 1pt

I-2. $q=CU \Rightarrow [C]\cdot[U]=IT$ 4pt

$$E_{elec}=\frac{1}{2}CU^2 \Rightarrow [C]\cdot[U]^2=ML^2T^{-2}$$

$$\Rightarrow [U]=ML^2T^{-3}I^{-1}$$

$$\Rightarrow [C]=M^{-1}L^{-2}T^4I^2$$

I-3. $C=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$ et $[C]=M^{-1}L^{-2}T^4I^2 \Rightarrow [\varepsilon_0]=M^{-1}L^{-3}T^4I^2$ 1pt

II. Vitesse ascensionnelle d'un ballon à hélium :

II.1 $m=m_0+\rho_{He}V_0$ 1pt

II.2 $\vec{P}=-mg\vec{e}_z=-(m_0+\rho_{He}V_0)g\vec{e}_z$ 2pts

$$\overrightarrow{\pi_A}=\rho_a V_0 g\vec{e}_z$$

II.3 $\left\|\vec{P}\right\|=(5{,}0+0{,}178\times 10{,}0)\times 9{,}81=66{,}51$ N 3pts

$$\left\|\overrightarrow{\pi_A}\right\|=1{,}29\times 10{,}0\times 9{,}81=126{,}55 \text{ N}$$

$\overrightarrow{\pi_A}$ est orientée vers le haut, $\vec{P}$ est orienté vers le bas, $\left\|\overrightarrow{\pi_A}\right\|>\left\|\vec{P}\right\|$, donc le ballon s'élève

II.4 Seconde loi de Newton : $m\dfrac{d\vec{v}}{dt}=\overrightarrow{\pi_A}+\vec{P}-\alpha\cdot\vec{v}$ 2pts

$$\Rightarrow m\frac{dv(t)}{dt}\cdot\vec{e}_z=\rho_a V_0 g\cdot\vec{e}_z-(m_0+\rho_{He}V_0)g\cdot\vec{e}_z-\alpha v(t)\cdot\vec{e}_z$$

$$\Rightarrow \frac{dv(t)}{dt}+\frac{\alpha}{m}v(t)=\frac{\rho_a V_0-\rho_{He}V_0-m_0}{m}g$$

$$\Rightarrow \frac{dv(t)}{dt}+\frac{\alpha}{m_0+\rho_{He}V_0}v(t)=\frac{\rho_a V_0-\rho_{He}V_0-m_0}{m_0+\rho_{He}V_0}g$$ 2pts

$$\Rightarrow \frac{dv(t)}{dt}+\frac{1}{\tau}v(t)=a\text{, avec } \tau=\frac{m_0+\rho_{He}V_0}{\alpha} \text{ et } a=\frac{\rho_a V_0-\rho_{He}V_0-m_0}{m_0+\rho_{He}V_0}g$$ 2pts

II.5 $\dfrac{dv_H(t)}{dt}+\dfrac{1}{\tau}v_H(t)=0 \Rightarrow v_H(t)=K\exp(rt)$ où $r+\dfrac{1}{\tau}=0 \Rightarrow v_H(t)=K\exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)$ 3pts

II.6 Le 2nd membre de l'équation différentielle est une constante $\Rightarrow v_P(t)=Cte \Rightarrow \dfrac{dv_P(t)}{dt}=0$ 3pts

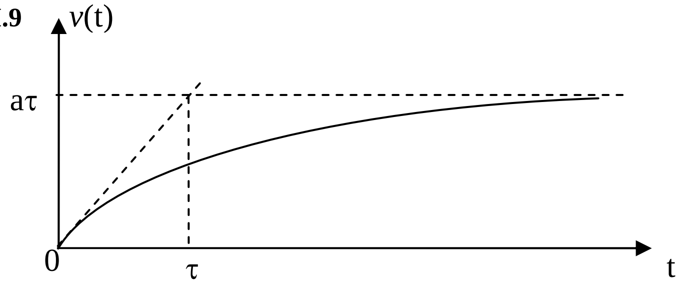
$$\Rightarrow \frac{1}{\tau}v_P(t)=a \Rightarrow v_P(t)=a\tau$$

II.7 $v(t)=v_H(t)+v_P(t) \Rightarrow v(t)=K\exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)+a\tau$ 3pts

$$v(t=0)=0 \Rightarrow 0=K+a\tau \Rightarrow K=-a\tau \Rightarrow v(t)=a\tau\left[1-\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]$$

II.8 $v_{\lim}=a\tau$ 1pt

II.9 2pts



Total : 30 pts
Note=Nbre de points*2/3,
Note arrondie au ½ point supérieur

UNIVERSITE PAUL SABATIER — LICENCE STS

Année universitaire 2010-2011

LICENCE 1 Parcours PC - PHYSIQUE

Devoir surveillé 2

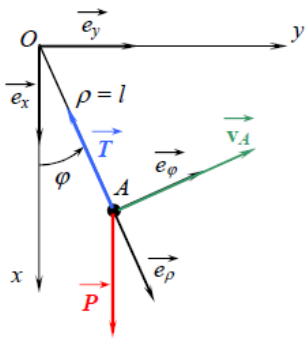
(45 min.)

Calculatrices et téléphones portables interdits

Pendule circulaire

Un point matériel A, de masse m, est suspendue à un fil inextensible de longueur l (cf. figure). Sa position est repérée à chaque instant par l'angle que fait $\overrightarrow{OA}$ avec la verticale descendante, O étant l'origine du référentiel $\mathcal{R}$ du laboratoire supposé galiléen. On considère qu'il n'y a aucun frottement.

1. Représenter sur un schéma soigné le pendule, les grandeurs ρ et φ permettant de repérer le point matériel A, la base cartésienne $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y})$ et la base polaire $(\overrightarrow{e_\rho}, \overrightarrow{e_\varphi})$ locale. (**2 pts**)



2. Donner les composantes du vecteur position $\overrightarrow{OA}$ dans la base locale. (**1 pt**)

$$\overrightarrow{OA} = \quad R_p \left| \begin{array}{l} \rho \\ 0 \end{array} \right.$$

3. – a) Donner les composantes dans la base locale du vecteur vitesse $\overrightarrow{v_A}$ dans le cas général. (**1 pt**)

$$\overrightarrow{v_A} = \quad R_p \left| \begin{array}{l} \dot{\rho} \\ \rho\dot{\varphi} \end{array} \right.$$

   – b) Que deviennent ces composantes dans le cas du mouvement circulaire étudié ici ? (**1 pt**)

$$\overrightarrow{v_A} = \quad R_p \left| \begin{array}{l} 0 \\ l\dot{\varphi} \end{array} \right.$$

   – c) En déduire la norme v_A de la vitesse. (**1 pt**)

$$v_A = l\dot{\varphi}$$

   – d) Représenter le vecteur vitesse $\overrightarrow{v_A}$ sur le schéma dans le cas où le point matériel A est dans la phase ascendante du mouvement. (**1 pt**)
   cf. figure

– e) Donner les composantes du vecteur $\overrightarrow{v_A}$ dans la base cartésienne. (**1,5 pts**)

$$\overrightarrow{v_A} = \;_{R_c}\left|\begin{array}{l} -v_A \sin\varphi = -l\dot{\varphi}\sin\varphi \\ v_A \cos\varphi = l\dot{\varphi}\cos\varphi \end{array}\right.$$

4. – a) Représenter sur le schéma les deux forces auxquelles est soumis le point matériel A. (**1 pt**)
   cf. figure
   – b) Donner les composantes dans la base cartésienne de ces forces. (**1 pt + 1,5 pts**)

$$\overrightarrow{P} = \;_{R_c}\left|\begin{array}{l} mg \\ 0 \end{array}\right. \quad \text{et} \quad \overrightarrow{T} = \;_{R_c}\left|\begin{array}{l} -T\cos\varphi \\ -T\sin\varphi \end{array}\right.$$

5. Montrer que seule l'une de ces deux forces travaille et calculer la puissance de cette force en utilisant les résultats des questions précédentes. (**1 pt + 1,5 pts**)
   La tension du fil $\overrightarrow{T}$ ne travaille pas car elle est orthogonale au vecteur vitesse. Seul le poids travaille. Sa puissance est donnée par :

$$P_{\overrightarrow{P}} = \overrightarrow{P}.\overrightarrow{v_A} = -mgl\dot{\varphi}\sin\varphi$$

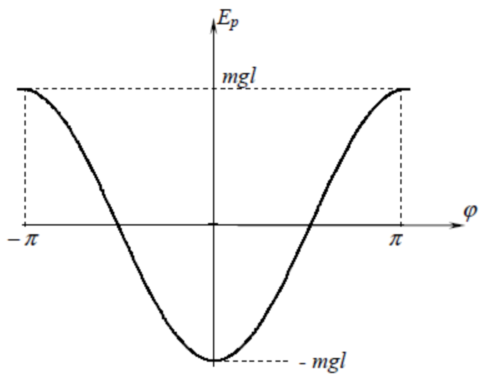
6. – a) En déduire l'expression de l'énergie potentielle E_p du point matériel A. On considèrera que l'énergie potentielle E_p est nulle lorsque $\overrightarrow{OA}$ est le long de Oy. (**2,5 pts**)

$$P_{\overrightarrow{P}} = -mgl\dot{\varphi}\sin\varphi = -\frac{dE_p}{dt} \Rightarrow E_p(\varphi) = -mgl\cos\varphi + cte$$

   L'origine des énergie potentielle permet de montrer que la constante est nulle

$$\Rightarrow E_p(\varphi) = -mgl\cos\varphi$$

   – b) Représenter E_p en fonction de l'angle repérant la position de A. (**1 pt**)



7. Donner l'expression de l'énergie cinétique E_k du point matériel A. (**1 pt**)

$$E_k = \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{ml^2\dot{\varphi}^2}{2}$$

8. En déduire l'expression de son énergie mécanique E_m. (**1 pt**)

$$E_m = E_k + E_p = \frac{ml^2\dot{\varphi}^2}{2} - mgl\cos\varphi$$